Tafel 2.4^2 Extreme Punktregen unterschiedlicher Dauer und Wiederkehrperioden

Einleitung

Die Tafel 2.4^2 stellt eine Ergänzung zur Tafel 2.4 dar. Die auf ihr enthaltenen Karten der Starkniederschläge unterscheiden sich von den bisherigen allein durch die verwendete Interpolationsmethode. Die Erstellung des Ergänzungsblattes ist wie folgt begründet:

Wie dem Text zur Tafel 2.4 zu entnehmen ist [1], wurde bei der Interpolation der Quantile (Niederschlagswert zu einer bestimmten Wiederkehrperiode) das sogenannte Kriging-Verfahren, auch optimale Interpolation genannt, angewandt. Dabei wurde angenommen, dass bei den Messstationen der Wert des Quantils genau bekannt ist. Das heisst, es wurden in der Modellvorstellung zur Interpolation keinerlei Datenfehler berücksichtigt. Tatsächlich handelt es sich jedoch bei den vorgegebenen Datenwerten nicht um exakte Messwerte, sondern um Schätzwerte für die unbekannten wahren Quantilwerte. Es ist jedoch möglich, die Unsicherheit der Schätzwerte im Kriging-Verfahren in objektiver Weise zu berücksichtigen [2,3]. Erst damit wird das Resultat eine im mathematisch definierten Sinne optimale Interpolation. Für die Karten der Tafel 2.4^2 sind deshalb die Datenwerte des bisherigen Blattes 2.4 unverändert übernommen und nochmals interpoliert worden, nun jedoch unter Berücksichtigung der Datenunsicherheit.

Der wesentliche Unterschied der beiden Verfahren

Wenn kein Datenfehler vorhanden ist bzw. berücksichtigt wird, so reproduziert der Kriging-Interpolator die Datenwerte der Messstationen. Das heisst: Wenn die Interpolationsstelle gegen eine Messstelle strebt, so strebt der Interpolationswert gegen den Datenwert an der Messstelle, falls dieser Wert bei der Interpolation mitberücksichtigt wird. Wird hingegen im Kriging-Ansatz auch die Varianz der Datenfehler berücksichtigt, so weicht der Interpolationswert in der Regel vom Datenwert ab. Allgemein: Der Interpolationswert an einer beliebigen Interpolationsstelle nimmt um so weniger Rücksicht auf den Datenwert einer beliebigen Messstelle, je grösser die Varianz des Datenfehlers an dieser Messstelle ist.

Das Resultat

Die mit dem erweiterten Verfahren gewonnene Interpolationsfläche passt sich weniger stark den hohen Datenwerten einzelner Stationen an, die auf der Basis kurzer Messperioden geschätzt sind und entsprechend weniger genaue Schätzwerte darstellen als solche von langen Messperioden. Die neue Interpolationsfläche hat einen ruhigeren Verlauf und weist weniger ausgeprägte lokale Maxima auf, die auch aus meteorologischer Sicht als unrealistisch anzusehen sind (Fig. 1).

Es sei hier ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei Glättungsverfahren angewandt wurden. Die Interpolation ist punktweise mittels des unten beschriebenen Krigingsystems erfolgt, ohne irgendwelche Nachbearbeitung. Es ist auch nicht möglich, das Resultat durch Berücksichtigung eines Klumpeneffektes zu erhalten. Denn dieser würde sich gleichmässig auf alle Stationen auswirken. Auf die unterschiedlichen Genauigkeiten der Stationen, die infolge der unterschiedlichen Referenzperioden auftreten, nimmt der Klumpeneffekt keine Rücksicht.

Anwendung

Auf das Vorgehen bei der Anwendung der Karten, das im Textteil der Tafel 2.4 beschrieben wird, hat die Änderung im Interpolationsverfahren keinerlei Einfluss.

Fehlertypen

Der Fehler an einer Messstation setzt sich im wesentlichen aus zwei Beiträgen zusammen: Erstens aus einem «eigentlichen Fehler», verursacht durch mögliche Ungenauigkeiten (Messfehler, Nicht-Repräsentativität von Stationen, Verarbeitungsfehler). Zweitens aus einer «zufälligen Abweichung», die vom Zufallscharakter des Wetterverlaufes während der Messperiode der Station herrührt.

Die zufälligen Abweichungen können vor allem dann deutlich in Erscheinung treten, wenn Stationen kurze Referenzperioden haben oder wenn benachbarte Stationen Messperioden haben, die gegeneinander zeitlich stark verschoben sind. Die einzelnen Fehler und Abweichungen sind unbekannt. Es ist aber möglich, die Varianz und unter Umständen auch die Kovarianz der zufälligen Abweichungen zu schätzen und beim Interpolationsverfahren zu berücksichtigen.

Angaben zur Methodik

Mit den Bezeichnungen:

Z_i: Quantil an der i-ten Station (wahrer Wert), i = 1,..., N

Z_i+e_i: Schätzwert für Z_i, anstelle des nicht vorhandenen Messwertes, geschätzt aufgrund der jährlichen Maxima des Niederschlages einer Reihe von Jahren («Referenzperiode»)

e_i: Abweichung des Schätzwertes vom unbekannten wahren Quantilwert

Z_0: Quantil an der Interpolationsstelle (wahrer Wert)

schreibt sich der Interpolator $\hat{Z}_0$ für Z_0 wie folgt:

$$\hat{Z}_0 = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i (Z_i + e_i)$$

Führt man neben den Annahmen des gewöhnlichen Krigings zusätzlich die naheliegende Annahme: $\mathrm{Cov}(Z_i, e_k) = 0$ für alle i, k ein (die Varianz von e_i darf aber von Z_i abhängen), so erhält man als Kriging-Gleichungssystem für die Bestimmung der Interpolationsgewichte λ_i:

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i \left(\mathrm{Cov}(Z_i, Z_k) + \mathrm{Cov}(e_i, e_k)\right) - \mu = \mathrm{Cov}(Z_0, Z_k) \quad , k = 1, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1$$

In die Formel für die Kovarianz (und Varianz) der Datenfehler wurde ein Parameter α eingeführt, der einen eigentlichen Datenfehler berücksichtigt:

$$\mathrm{Cov}(e_i, e_k) = (1 + \alpha\,\delta_{ik})\,\sigma_i\,\sigma_k\,\rho_{ik} \qquad \text{mit } \delta_{ik} = 1 \text{ für } i = k \text{ und } 0 \text{ für } i \neq k$$

Würde der Fehler allein aus der wetterbedingten Abweichung bestehen, so wäre $\alpha = 0$ zu setzen. σ_i bezeichnet die Wurzel aus der Varianz dieser wetterbedingten Abweichung. σ_i hängt von der Verteilung des jährlichen Niederschlagsmaximums und von der Länge der Referenzperiode ab. Für die räumliche Korrelationsfunktion ρ_{ik} wurde der Ansatz

$$\rho_{ik} = e^{-\beta h_{ik}}\, s_{ik} / v_{ik}$$

eingeführt. h_{ik} bezeichnet die Distanz, s_{ik} die Länge des Durchschnittsintervalles und v_{ik} die Länge des Vereinigungsintervalles der Referenzperioden der Stationen i und k. Der Parameter β bestimmt das Abklingen der Korrelation mit der Distanz.

Die Parameter α und β wurden zunächst grob mittels Kreuzvalidierung geschätzt, wobei der (bekannte) Interpolationsfehler $Z_0 + e_0 - \hat{Z}_0$ an der gerade aktuellen Station durch Division mit seiner Standardabweichung $\square_0$ normiert wurde (die aktuelle Station wird hier vorübergehend mit der Nr. 0 bezeichnet, weil sie bei ihrer Interpolation nicht als Stützstelle benutzt wird). Für das Quadrat der Standardabweichung erhält man:

$$\tau_0^{\,2} = \mathrm{Var}\left(Z_0\right) + \mathrm{Var}\left(e_0\right) + \mu - \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \left(\mathrm{Cov}\left(Z_i, Z_0\right) + 2\,\mathrm{Cov}\left(e_i, e_0\right)\right)$$

Die Normierung macht das Verfahren gegen Ausreisser robust, verhindert aber eine eindeutige Lösung. Zu dieser gelangt man jedoch über die Anpassung der Parameter im empirischen Variogramm der fehlerbehafteten Funktion.

Wenn 2 γ_Z das Variogramm des exakten Quantils Z bezeichnet, so gilt für das Variogramm des fehlerbehafteten Quantils:

$$\mathrm{Var}\ (Z_i + e_i - Z_k - e_k) = 2\ \gamma_z + \mathrm{Var}\ e_i + \mathrm{Var}\ e_k - 2\ \mathrm{Cov}(e_i,\ e_k)$$

Im interessierenden Bereich (0-60 km) hat das empirische Variogramm einen linearen Verlauf, so dass γ_Z (h) = c·h gesetzt werden kann (Fig. 2). Es sind somit drei unbekannte Parameter durch Anpassung zu schätzen. Man erhält je nach Summationsintervall und Wiederkehrperiode folgende Werte:

1 Stunde, 2.33 Jahre:	c = 0.38,	α = 3.0,	β = 0.1
1 Stunde, 100 Jahre:	c = 4.7,	α = 0.4,	β = 0.1
24 Stunden, 2.33 Jahre:	c = 6.6,	α = 2.0,	β = 0.1
24 Stunden, 100 Jahre:	c = 34.0,	α = 0.2,	β = 0.1

Literatur

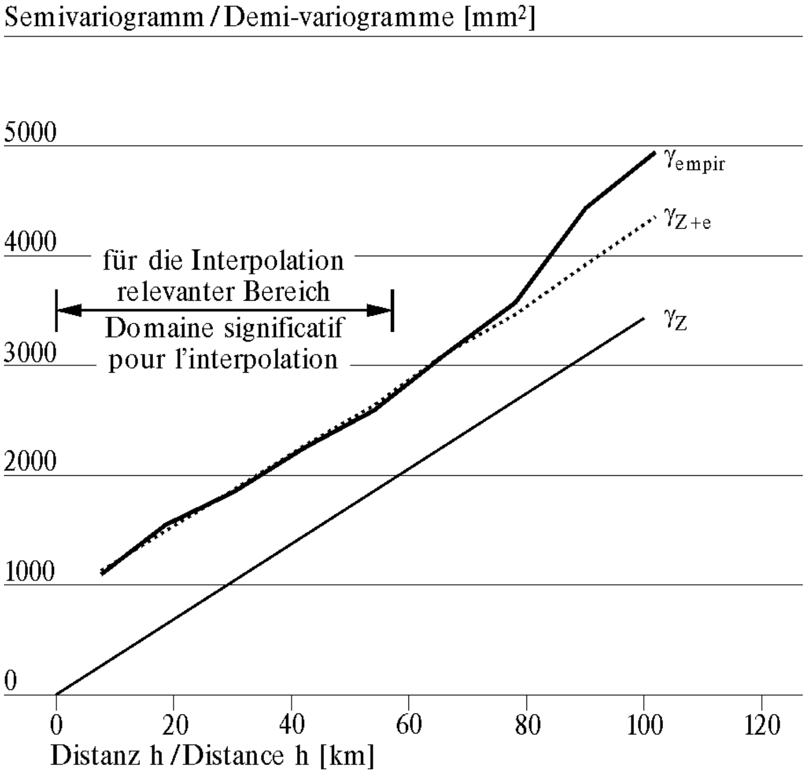
[1] **Geiger, H. et al. (1992):** Extreme Punktregen unterschiedlicher Dauer und Wiederkehrperioden 1901–1970. In: Hydrologischer Atlas der Schweiz, Tafel 2.4. Bern.

[2] **Jensen, H. (1986):** Regionalisierung der Verteilungsfunktion des jährlichen Maximums des Tagesniederschlages im Kanton Zürich. Zürcher Geographische Schriften, Nr.27. Zürich.

[3] **Villeneuve, J.–P. et al. (1979):** Kriging in the Design of Streamflow Sampling Networks. In: Water Resources Research Vol.15, No. 6:1833–1840, Washington, D.C.

Fig. 2
Semivariogramm des Quantils – Niederschlagsdauer: 24 Stunden, Wiederkehrperiode: 100 Jahre

Demi-variogramme du quantile relatif à une pluie d'une durée de 24 heures et d'une période de récurrence de 100 ans



γ_{empir} Mittelwerte der Inkrementquadrate innerhalb der verschiedenen Distanzklassen
Valeur moyenne du carré incrémental à l'intérieur des différentes classes de distance

γ_{Z+e} Mittelwerte der Erwartungswerte der Inkrementquadrate innerhalb der verschiedenen Distanzklassen
Valeur moyenne de l'espérance mathématique du carré incrémental à l'intérieur des différentes classes de distance

γ_Z Geschätztes Semivariogramm des fehlerfreien (wahren) Quantils
Estimation du demi-variogramme du quantile, en admettant qu'il n'y a pas d'erreur (vraie valeur)

Die Parameter des Kovarianzmodells wurden so gewählt, dass γ_{empir} und γ_{Z+e} möglichst gut übereinstimmen. Es ist jedoch zu beachten, dass bei der Interpolation nicht die Mittelwerte γ_{Z+e}, sondern die zu den Stationspaaren gehörenden Einzelwerte benutzt werden.

Les paramètres du modèle de covariance ont été choisis de telle sorte que γ_{empir} et γ_{Z+e} coïncident le mieux possible. Il faut donc considérer que lors de l'interpolation, ce ne sont pas les valeurs moyennes γ_{Z+e} mais bien les valeurs isolées propres aux paires de stations qui seront utilisées.